数　学

数　学

分数形で解答が求められているときは，既約分数で答えよ。符号は分子につけ，分母につけてはならない。

第１問　次の問いに答えよ。

⑴　次の資料は，20 人のバスケットボール部員がフリースローを行ったときの成功回数である。

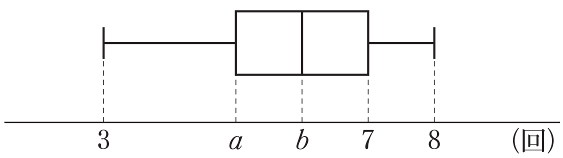
3,　5,　6,　4,　8,　5,　7,　7,　6,　6

8,　4,　6,　5,　7,　6,　7,　5,　7,　8　　(回)

　この記録を箱ひげ図に表したとき，右の図において

$a=$ $\boxed{\text{ア}}$，$b=$ $\boxed{\text{イ}}$

である。



　また，この 20 人の記録の平均値は 6 回であり，分散を求めると，$\boxed{\text{ウ}}$.$\boxed{\text{エ}}$ である。

⑵　放物線 $y=-x^2+2x$ を x 軸方向に 1，y 軸方向に p だけ平行移動して得られる放物線を $y=f(x)$ とする。

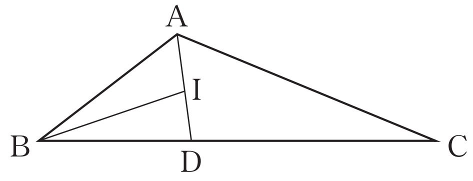
　$0\leqq x\leqq 3$ における $f(x)$ の最小値が 2 であるとき，$p=$ $\boxed{\text{オ}}$ である。

　このとき，不等式 $f(x)>0$ の解は

$$\boxed{\text{カ}}-\sqrt{\boxed{\text{キ}}}<x<\boxed{\text{カ}}+\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(3)　AB $=3$, AC $=5$, $\angle$BAC $=120^\circ$ の $\triangle$ABC において，内心を I とし，直線 AI と辺 BC の交点を D とする。



このとき

$$\mathrm{BD} = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

また，$\triangle$ABI の面積は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(4)　$a=360$, $b=765$ とする。

a と b の最大公約数を d とすると，$d=\boxed{\text{セソ}}$ である。

また，不定方程式 $ax+by=d$ を変形すると

$$\boxed{\text{タ}}\,x+\boxed{\text{チツ}}\,y=1$$

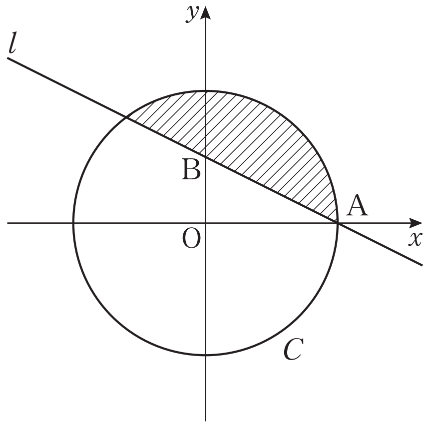
となり，この方程式の整数解は

$$x=\boxed{\text{テト}}\,k-\boxed{\text{ナ}},\quad y=\boxed{\text{ニヌ}}\,k+1\quad (k \text{ は整数})$$

と表される。

第２問　座標平面上で，2 点 A(10, 0)，B(0, 5) を通る直線を l とし，原点を中心として点 A を通る円を C とする。

また，右の図の斜線部分の領域を D とする。ただし，境界線を含む。



(1)　領域 D を表す不等式は

$$\begin{cases} x^2+y^2 \leqq 100 \\ x+\boxed{\text{ア}}\,y-\boxed{\text{イウ}} \geqq 0 \end{cases}$$

である。

(2)　円 C と直線 l の交点のうち，A でない方の点の座標は $\left(\boxed{\text{エオ}},\ \boxed{\text{カ}}\right)$ であり，この点における円 C の接線の方程式は

$$\boxed{\text{キク}}\,x+\boxed{\text{ケ}}\,y=\boxed{\text{コサ}}$$

である。

(3)　k を定数とし，直線 $3x+4y=k$ を m とする。

原点と直線 m の距離は $\dfrac{|k|}{\boxed{\text{シ}}}$ と表されるので，直線 m が円 C に接するとき，$k=\pm\boxed{\text{スセ}}$ である。

また，点 $(X,\ Y)$ が領域 D を動くとき

$3X+4Y$ の最大値は $\boxed{\text{ソタ}}$

$3X+4Y$ の最小値は $\boxed{\text{チツ}}$

である。

第３問　2つの関数

$$f(x) = x^3 - x$$
$$g(x) = -x^2 + k$$

がある。ただし，k を正の定数とする。

(1)　2曲線 $y = f(x)$，$y = g(x)$ の共有点の個数が2個であるときの k の値を求めよう。

2曲線の共有点の個数は

方程式 $\boxed{\text{ア}} = k$

の異なる実数解の個数に等しい。

$\boxed{\text{ア}}$ に当てはまる式を $P(x)$ とするとき，$P(x)$ を次の①～④の中から選び，その番号を答えなさい。

① $x^3 - x$　　② $x^3 + x^2 - x$　　③ $x^3 - x^2 - x$　　④ $-x^3 - x^2 + x$

$P(x)$ の増減を調べると，

$x = \boxed{\text{イウ}}$ で極大，$x = \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ で極小

となる。

この結果から，求める k の値は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(2)　$k = \boxed{\text{カ}}$ のとき，2曲線 $y = f(x)$，$y = g(x)$ の2つの共有点の x 座標は

$\boxed{\text{キ}}$ および $\boxed{\text{クケ}}$ であり，この2曲線で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

（数学の問題は終わり）