

数 学

数 学

分数形で解答が求められているときは、既約分数で答えよ。符号は分子につけ、分母につけてはならない。

第1問 次の問いに答えよ。

(1) $a = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ のとき

$$a + \frac{1}{a} = \boxed{\text{ア}}$$

である。

また、 x に関する不等式

$$\left| x - \frac{1}{a} \right| \leq a$$

を満たす整数は、全部で $\boxed{\text{イ}}$ 個ある。

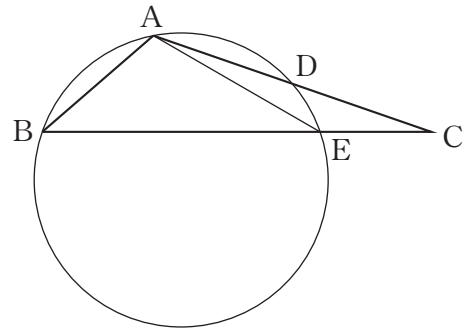
(2) 実数 x, y が、 $x > 0, y > 0, x^2y = 16$ を満たすとき、 $\log_2 x$ と $\log_2 y$ の間に成り立つ関係式は

$$\log_2 y = \boxed{\text{ウ}} - \boxed{\text{エ}} \log_2 x$$

である。

よって、 $(\log_2 x)(\log_2 y)$ のとり得る値の最大値は $\boxed{\text{オ}}$ である。

- (3) $AB=1$, $AC=2$, $\angle BAC=120^\circ$ の $\triangle ABC$ において、辺 AC の中点を D とし、3 点 A , B , D を通る円と辺 BC の交点のうち、 B でない方の点を E とする。



辺 BC , 線分 EC の長さを求めることにより、

$$\frac{EC}{BC} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

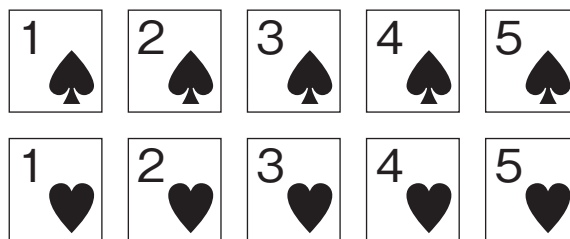
がわかるので、 $\triangle AEC$ の面積は $\sqrt{\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}}$ である。

- (4) a は定数とする。関数 $y=x^2(x-3)+a$ の極小値が -1 のとき、 $a = \boxed{\text{コ}}$ である。

このとき、関数 $y=x^2(x-3)+a$ のグラフと直線 $y=-1$ で囲まれた部分の面積は

$\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

第2問 右の図のような、スペードとハートの合計10枚のカードがある。



(1) 10枚のカードの中から4枚を取り出す。

(i) 4枚とも同じマークである取り出し方は $\boxed{\text{アイ}}$ 通りある。

(ii) 4枚とも異なる数字である取り出し方は $\boxed{\text{ウエ}}$ 通りある。

(iii) 4枚のうち、最も大きい数字が4であるような取り出し方は $\boxed{\text{オカ}}$ 通りある。

(2) 10枚のカードの中から3枚を取り出す。

(i) 取り出した3枚のカードがすべてハートである確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$,

取り出した3枚のカードの中にスペードの1が含まれている確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$

である。

(ii) 取り出した3枚の中にスペードのカードがあることがわかったとき、この3枚の中

にスペードの1が含まれている条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

第3問 a を定数とし、整式 $P(x)$ を

$$P(x) = x^3 - x^2 + ax + a + 2$$

とする。

(1) $P(x)$ を因数分解すると

$$P(x) = (x + \boxed{\text{ア}})(x^2 - \boxed{\text{イ}}x + a + \boxed{\text{ウ}})$$

となる。

したがって、方程式 $P(x) = 0$ は a の値にかかわらず、 $\boxed{\text{エオ}}$ を解にもつ。

(2) 方程式 $P(x) = 0$ が異なる実数解を 3 個もつのは $a < \boxed{\text{カキ}}$, $\boxed{\text{クケ}} < a < \boxed{\text{コサ}}$ のときである。

(3) 方程式 $P(x) = 0$ が異なる実数解を 3 個もつとき、 $\boxed{\text{エオ}}$ 以外の解を α, β とすると

$$\alpha\beta = a + \boxed{\text{シ}}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \boxed{\text{スセ}}a$$

と表される。

(i) k を定数とし、 α^2, β^2 が 2 次方程式 $2x^2 - kx + 8 = 0$ の解であるとき

$$a = \boxed{\text{ソタ}}, k = \boxed{\text{チツ}}$$

である。

(ii) $|\alpha| + |\beta| = 6$ のとき、 $a = \boxed{\text{テトナ}}$ である。

(数学の問題は終わり)