数　学

数　学

分数形で解答が求められているときは，既約分数で答えよ。符号は分子につけ，分母につけてはならない。

第1問　次の問いに答えよ。

(1)　次の資料は，20 人のバスケットボール部員がフリースローを行ったときの成功回数である。

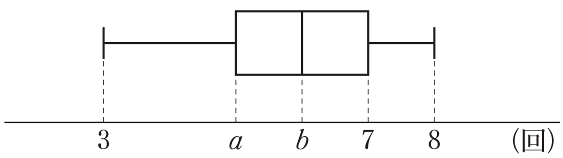
3,　5,　6,　4,　8,　5,　7,　7,　6,　6

8,　4,　6,　5,　7,　6,　7,　5,　7,　8　(回)

この記録を箱ひげ図に表したとき，右の図において

$a=$ $\boxed{\text{ア}}$，$b=$ $\boxed{\text{イ}}$

である。



また，この 20 人の記録の平均値は 6 回であり，分散を求めると，$\boxed{\text{ウ}}$.$\boxed{\text{エ}}$ である。

(2)　放物線 $y=-x^2+2x$ を x 軸方向に 1，y 軸方向に p だけ平行移動して得られる放物線を $y=f(x)$ とする。

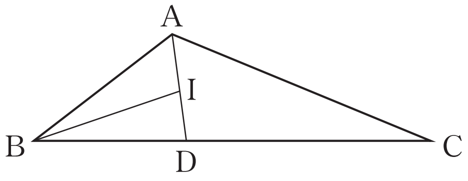
$0 \leqq x \leqq 3$ における $f(x)$ の最小値が 2 であるとき，$p=$ $\boxed{\text{オ}}$ である。

このとき，不等式 $f(x)>0$ の解は

$$\boxed{\text{カ}}-\sqrt{\boxed{\text{キ}}}<x<\boxed{\text{カ}}+\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(3) AB＝3，AC＝5，∠BAC＝120° の △ABC において，内心を I とし，直線 AI と辺 BC の交点を D とする。



このとき

$$\mathrm{BD}=\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

また，△ABI の面積は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(4) $a=360$，$b=765$ とする。

a と b の最大公約数を d とすると，$d=\boxed{\text{セソ}}$ である。

また，不定方程式 $ax+by=d$ を変形すると

$$\boxed{\text{タ}}\,x+\boxed{\text{チツ}}\,y=1$$

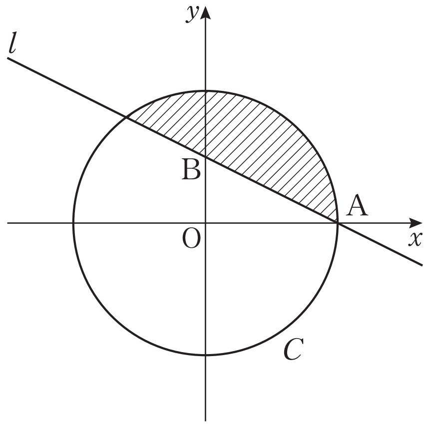
となり，この方程式の整数解は

$$x=\boxed{\text{テト}}\,k-\boxed{\text{ナ}},\quad y=\boxed{\text{ニヌ}}\,k+1\quad (k\text{ は整数})$$

と表される。

第２問　座標平面上で，2 点 A(10，0)，B(0，5) を通る直線を l とし，原点を中心として点 A を通る円を C とする。

また，右の図の斜線部分の領域を D とする。ただし，境界線を含む。



(1)　領域 D を表す不等式は

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leqq 100 \\ x + \boxed{\text{ア}}\, y - \boxed{\text{イウ}} \geqq 0 \end{cases}$$

である。

(2)　円 C と直線 l の交点のうち，A でない方の点の座標は $\left(\boxed{\text{エオ}},\ \boxed{\text{カ}}\right)$ であり，

この点における円 C の接線の方程式は

$$\boxed{\text{キク}}\, x + \boxed{\text{ケ}}\, y = \boxed{\text{コサ}}$$

である。

(3)　k を定数とし，直線 $3x + 4y = k$ を m とする。

原点と直線 m の距離は $\dfrac{|k|}{\boxed{\text{シ}}}$ と表されるので，直線 m が円 C に接するとき，

$k = \pm \boxed{\text{スセ}}$ である。

また，点 $(X,\ Y)$ が領域 D を動くとき

$3X + 4Y$ の最大値は $\boxed{\text{ソタ}}$

$3X + 4Y$ の最小値は $\boxed{\text{チツ}}$

である。

第３問　k を定数とする。

関数 $f(x)=2x^3-6x+k$ について，$y=f(x)$ のグラフを C とする。

(1)　$f(x)$ は，$x=$ $\boxed{\text{アイ}}$ で極大値 $k+$ $\boxed{\text{ウ}}$ をとる。

また，点 $\left(\boxed{\text{アイ}},\ k+\boxed{\text{ウ}}\right)$ を通り，x 軸に平行な直線と曲線 C で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(2)　曲線 C に接する傾きが 3 の直線は 2 本ある。この 2 本の接線の接点の x 座標は $\pm\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，2 本の接線の間の距離は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(3)　曲線 C は，$0<x<1$ の範囲において x 軸とただ 1 点 $(\alpha,\ 0)$ で交わるとする。

(i)　k の値の範囲は $\boxed{\text{ス}}<k<\boxed{\text{セ}}$ である。

(ii)　曲線 C の $0\leqq x\leqq\alpha$ の部分と x 軸および y 軸で囲まれた図形の面積を S，曲線 C の $\alpha\leqq x\leqq 1$ の部分と x 軸および直線 $x=1$ で囲まれた図形の面積を T とする。

このとき，k の値に関係なく $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx=$ $\boxed{\text{ソ}}$ が成り立つ。

$\boxed{\text{ソ}}$ には，当てはまるものを次の①～⑥の中から選び，その番号を答えなさい。

① $S+T$　　② $S-T$　　③ $T-S$

④ $|S-T|$　　⑤ $2S-T$　　⑥ $2T-S$

この結果から，$S=T$ となる k の値は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

（数学の問題は終わり）