

数 学

数 学

分数形で解答が求められているときは、既約分数で答えよ。符号は分子につけ、分母につけてはならない。また、根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

第1問 次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $x^2 + 5x - 1 = 0$ の正の解を a とすると、 $a - \frac{1}{a} = \boxed{\text{アイ}}$ であり、

$a^2 + \frac{1}{a^2} = \boxed{\text{ウエ}}$ である。

(2) 1 以上 20 以下の整数の中から異なる 2 つの数を選ぶ。

2 つの数の積が奇数になるような選び方は $\boxed{\text{オカ}}$ 通りある。

また、2 つの数の和が 5 の倍数になるような選び方は $\boxed{\text{キク}}$ 通りある。

(3) m を定数として、直線 $x - y + m = 0$ を l とし、円 $x^2 + y^2 = 8$ を C とする。

直線 l が円 C と共有点をもつような m の値の範囲は

$$\boxed{\text{ケコ}} \leq m \leq \boxed{\text{サ}}$$

である。

とくに、 $m = 2$ のとき、直線 l が円 C によって切り取られてできる線分の長さは

$$\boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}} \text{ である。}$$

(4) 関数 $y = 4^{x+1} - 20 \cdot 2^x + 30$ の最小値は $\boxed{\text{セ}}$ であり、このときの x の値を小数第

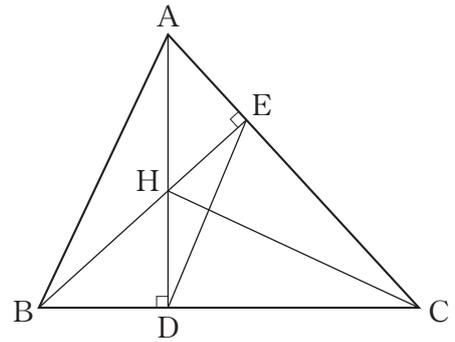
2 位まで求めると $\boxed{\text{ソ}} . \boxed{\text{タチ}}$ である。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_2 10 = 3.322$ とし、小数第 3 位以降は切り捨てて答えよ。

第2問 $\triangle ABC$ において、 $AB=3$ 、 $BC=5$ 、
 $AC=2\sqrt{6}$ とする。頂点 A から辺 BC に
 垂線を引き、 BC との交点を D とし、頂点
 B から辺 AC に垂線を引き、 AC との交点
 を E とする。

線分 AD と BE の交点を H とする。

ただし、右の図の辺の長さの比率は、正
 しいとは限らない。



(1) $\cos \angle ABC = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり、 $AD = \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2) $\angle BAD$ と等しい角は、 $\boxed{\text{オ}}$ と $\boxed{\text{カ}}$ である。 $\boxed{\text{オ}}$ 、 $\boxed{\text{カ}}$ には、次の①～
 ⑤の中から正しいものを選び。ただし、解答の順序は問わない。

- ① $\angle ADE$ ② $\angle CBE$ ③ $\angle BED$
 ④ $\angle BCH$ ⑤ $\angle ACH$

(3) 図の中の相似な三角形に着目すると、 $DH = \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ とわかる。

また、 $\triangle HBC$ の外接円の半径は $\frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(4) $\frac{(\triangle AHE \text{ の面積})}{(\triangle EDC \text{ の面積})} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

第3問 関数 $f(x)$ を, $f(x) = x^3 - x$ とし, 曲線 $y = f(x)$ を C とする。

点 $(2, a)$ を通る C の接線が 2 本だけ存在するような, 定数 a の値を求める。

曲線 C 上の点 $(t, f(t))$ における接線の方程式は

$$y = \left(\boxed{\text{ア}} t^2 - \boxed{\text{イ}} \right) x - \boxed{\text{ウ}} t^3$$

である。これが点 $(2, a)$ を通るとき

$$a = \boxed{\text{エオ}} t^3 + \boxed{\text{カ}} t^2 - \boxed{\text{キ}} \dots\dots (\star)$$

が成り立つ。

点 $(2, a)$ を通る C の接線が 2 本だけ存在するための必要十分条件は, t の方程式 (\star) が異なる実数解を $\boxed{\text{ク}}$ 個だけもつことである。

そのような a の値を求めると

$$a = \boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コサ}}$$

である。

$a = \boxed{\text{ケ}}$ のときの 2 本の接線のうち, 傾きが小さい方の直線を l とする。

l の方程式は $y = \boxed{\text{シ}} x + \boxed{\text{ス}}$ であり, C と l で囲まれた部分の面積は

$\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(数学の問題は終わり)