

数 学

数 学

分数形で解答が求められているときは、既約分数で答えよ。符号は分子につけ、分母につけてはならない。また、根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

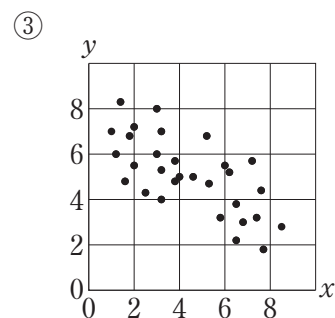
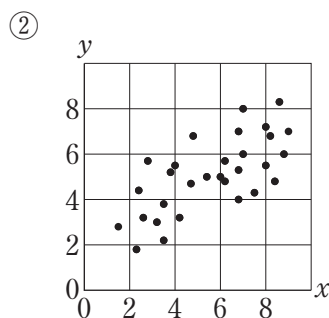
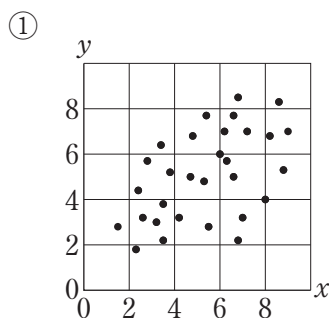
第1問 次の問いに答えよ。

- (1) 0 以上の実数 x, y が $x + 2y = 5$ を満たすとき、 $x^2 + y^2$ の最大値は **アイ**，最小値は **ウ** である。

- (2) 2 つの変数 x, y の 30 個の値の組からなるデータがあり、 x, y の中央値、平均値、および相関係数は右の表の通りである。

	x	y
中央値	6.2	5.1
平均値	5.6	5.0
相関係数	0.71	

この x, y の散布図として適するものは **エ** である。



また、**エ** の散布図について

(x の四分位範囲) **オ** (y の四分位範囲)

となることがわかる。

- ④ $>$ ⑤ $<$ ⑥ $=$

エ は当てはまるものを①～③の中から、**オ** は当てはまるものを④～⑥の中から選び、その番号をそれぞれ答えよ。

- (3) $\triangle ABC$ において、 $AB=8$ 、 $BC=7$ 、 $CA=5$ である。

辺 AB の中点を D とし、辺 AC 上に $AE=2$ となる点 E をとり、線分 BE 、 CD の交点を F とする。

このとき、 $\frac{DF}{FC} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であり、 $\triangle FBC$ の面積は、 $\frac{\boxed{\text{クケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

- (4) $0 < \theta < \pi$ の範囲で

$$\text{等式 } \sin \theta + \cos \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{1}{2}$$

を満たす θ の値を求める。

等式を変形すると、 $\sin \theta + \sqrt{\boxed{\text{シ}}} \cos \theta = \boxed{\text{スセ}}$ となるから、求める θ の値は、

$$\theta = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \pi \text{ である。}$$

第2問 3920 を素因数分解すると

$$3920 = 5 \times \boxed{\text{ア}}^2 \times \boxed{\text{イ}}^4$$

である。

次に、 $a(a+1)$ が 3920 の倍数になるような自然数 a のうちで、最小のものを求める。

まず、 a 、 $a+1$ のどちらか一方は $\boxed{\text{ア}}^2$ の倍数であり、

a 、 $a+1$ のどちらか一方は $\boxed{\text{イ}}^4$ の倍数である。

そこで、次の 2 つの方程式の解を考える。

$$\boxed{\text{ア}}^2 \times x - \boxed{\text{イ}}^4 \times y = 1 \quad \cdots \cdots \text{①}$$

$$\boxed{\text{ア}}^2 \times x - \boxed{\text{イ}}^4 \times y = -1 \quad \cdots \cdots \text{②}$$

①を満たす整数 x 、 y のうちの 1 つには、 $x = \boxed{\text{ウ}}$ 、 $y = \boxed{\text{エ}}$ がある。

したがって、①を満たす整数 x 、 y のすべては

$$x = \boxed{\text{オカ}}k + \boxed{\text{ウ}}, y = \boxed{\text{キク}}k + \boxed{\text{エ}} \quad (k \text{ は整数})$$

と表される。

また、②を満たす整数 x 、 y のうちの 1 つには、 $x = -\boxed{\text{ケ}}$ 、 $y = -\boxed{\text{コ}}$

があり、これをもとに、②を満たす整数 x 、 y がすべて求められる。

以上の結果から、 $a(a+1)$ が 3920 の倍数になるような自然数 a のうち、最小のものを a_0 とすると、 $a_0 = \boxed{\text{サシス}}$ となる。

また、 a_0 を 6 進法で表すと $\boxed{\text{セソタチ}}_{(6)}$ となる。

第3問 関数 $f(x)$ を、 $f(x) = -x^3 + 12x + 7$ とし、 $y = f(x)$ のグラフを C とする。

(1) $f(x)$ は $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき、極大値 $\boxed{\text{イウ}}$ をとる。

また、 $-1 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最小値は $\boxed{\text{エオ}}$ である。

(2) 点 $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イウ}})$ を A とし、点 A を通る C の接線で、傾きが 0 でないものを l とする。

直線 l の方程式を求める。

まず、 C 上の点 $(t, f(t))$ における接線の方程式は

$$y = (\boxed{\text{カキ}}t^2 + \boxed{\text{クケ}})x + \boxed{\text{コ}}t^3 + \boxed{\text{サ}}$$

である。

これが点 A を通るとき、 t は

$$t^3 - \boxed{\text{シ}}t^2 + \boxed{\text{ス}} = 0$$

を満たす。

条件を満たす t の値を求めることにより、直線 l の方程式は

$$y = \boxed{\text{セ}}x + \boxed{\text{ソ}}$$

と求められる。

(3) C と(2)の直線 l で囲まれた図形のうち、 $x \leq 0$ の部分の面積を S_1 、 $x \geq 0$ の部分の面積を S_2 とする。

このとき、 $S_1 : S_2 = 1 : \boxed{\text{タ}}$ である。

(数学の問題は終わり)