数学

## 数学

分数形で解答が求められているときは、既約分数で答えよ。符号は分子につけ、分母につけてはならない。また、根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

## 第1問 次の問いに答えよ。

- (1) 方程式  $x^2+5x-1=0$  の正の解を a とすると,  $a-\frac{1}{a}=$  アイ であり,  $a^2+\frac{1}{a^2}=$  ウエ である。
- (2) 1以上20以下の整数の中から異なる2つの数を選ぶ。
   2つの数の積が奇数になるような選び方は オカ 通りある。
   また,2つの数の和が5の倍数になるような選び方は キク 通りある。

(3) m を定数として、直線 x-y+m=0 を l とし、円  $x^2+y^2=8$  を C とする。 直線 l が円 C と共有点をもつような m の値の範囲は

$$oxed{
otag eta} \leq m \leq oxed{
otag eta}$$

である。

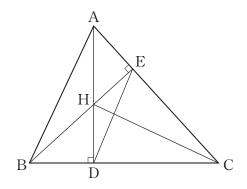
とくに、m=2のとき、直線lが円Cによって切り取られてできる線分の長さは  $\boxed{ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ }$  である。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_2 10 = 3.322$  とし、小数第3位以降は切り捨てて答えよ。

第2問  $\triangle ABC$  において、AB=3、BC=5、

 $AC = 2\sqrt{6}$  とする。頂点 A から辺 BC に 垂線を引き,BC との交点を D とし,頂点 B から辺 AC に垂線を引き,AC との交点 を E とする。

線分 AD と BE の交点を H とする。 ただし、右の図の辺の長さの比率は、正 しいとは限らない。

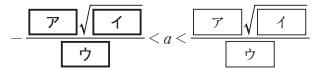


- (2) ∠BAD と等しい角は、 **オ** と **カ** である。 **オ** , **カ** には、次の①~ ⑤の中から正しいものを選べ。ただし、解答の順序は問わない。
  - $\bigcirc$   $\angle$ ADE
- ② ∠CBE
- ③ ∠BED

- ④ ∠BCH
- ⑤ ∠ACH

**第3問** *a* を実数の定数とし、関数 f(x) を、 $f(x) = x^3 - x + a$  とする。

(1) 方程式 f(x) = 0 が異なる 3 個の実数解をもつような a の値の範囲は



である。

(2) a=0 のときの y=f(x) のグラフを  $C_1$  とし, a=4 のときの y=f(x) のグラフを  $C_2$  とする。

2つの曲線  $C_1$ ,  $C_2$ の両方に接する直線を lとすると, lは l 本だけある。この方程式を求める。

 $C_1$ 上の点  $(t, t^3-t)$  における  $C_1$ の接線の方程式は

$$y = \left( \boxed{ \bot } t^2 - \boxed{ } \right) x - \boxed{ } t^3$$

である。これが $C_2$ の接線でもあることからtを求めると

となる。

(数学の問題は終わり)