数　学

数　学

分数形で解答が求められているときは，既約分数で答えよ。符号は分子につけ，分母につけてはならない。また，根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

第1問　次の問いに答えよ。

(1)　右の[表1]は，20人の男子生徒のハンドボール投げの記録を変量 x (m)としてまとめたものである。

[表1]

x (m)	28	29	30	31	32	33	計
人数 (人)	1	3	7	5	2	2	20

[表2]は，変量 z を $z=x-30$ として，

$z\times$(人数)

$z^2\times$(人数)

をそれぞれ求めたものである。

[表2]

z (m)	-2	-1	0	1	2	3	計
人数 (人)	1	3	7	5	2	2	20
$z\times$(人数)	-2	-3	0	5	4	6	10
$z^2\times$(人数)	4	3	0	5	8	18	38

変量 z の平均値は，$\boxed{ア}.\boxed{イ}$

変量 x の分散は，$\boxed{ウ}.\boxed{エオ}$

である。

(2)　A，B 2つのくじがある。

Aは10本あり，そのうち4本が当たりくじである。また，Bは6本あり，そのうち2本が当たりくじである。

A，Bから1本ずつくじを引く。

少なくとも1本は当たりである確率は $\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である。

また，少なくとも1本が当たりであることがわかったとき，当たりくじにAから引いたものがある条件付き確率は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である。

(3) $a=234$，$b=450$ とする。

a と b の最大公約数を g とすると，最小公倍数は $g \times \boxed{\text{コ}}^2 \times \boxed{\text{サシ}}$ と表される。

また，$a+b$ と $3a+4b$ の最大公約数は $\boxed{\text{スセ}}$ である。

(4) 関数 $f(x)$ は

$$f(x)=\int_2^x (3t^2+6t-9)\,dt$$

で定義される。このとき，$f(x)$ の導関数は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

$\boxed{\text{ソ}}$ には，当てはまるものを次の①～④の中から選び，その番号を答えよ。

① $6x+6$
② $3t^2+6t-9$
③ $3x^2+6x-9$
④ x^3+3x^2-9x

また，$f(x)$ の極大値から極小値を引いた値は $\boxed{\text{タチ}}$ である。

第２問　a を実数の定数とし，x の２次関数 $f(x)$ を，$f(x)=-x^2+ax-3a+7$ とする。
また，$y=f(x)$ のグラフを C とする。

(1)　$a=6$ のとき，C は $y=-x^2$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{ア}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{イウ}}$ だけ平行移動したものである。

(2)　C と x 軸の位置関係については，$\boxed{\text{エ}}$。

$\boxed{\text{エ}}$ には，次の①～③の中から適するものを選び，その番号を答えよ。

①　a の値にかかわらず共有点をもつ
②　a の値にかかわらず共有点をもたない
③　a の値によって，共有点をもつ場合ともたない場合がある

(3)　$x \geqq 1$ の範囲における $f(x)$ の最大値を M とすると，M は次のようになる。

$a<\boxed{\text{オ}}$ のとき　$M=\boxed{\text{カキ}}\,a+\boxed{\text{ク}}$

$\boxed{\text{オ}}\leqq a$ のとき　$M=\dfrac{a^2}{\boxed{\text{ケ}}}-\boxed{\text{コ}}\,a+\boxed{\text{サ}}$

よって，$M=4$ となるときの a の値は

$a=\boxed{\text{シ}}$，$\boxed{\text{ス}}+\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$

である。

第３問　O を原点とする座標平面上の円 $x^2+y^2-8x-6y+16=0$ を C とする。

(1)　円 C の中心の座標は $\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$，半径は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2)　次の①〜③の直線のうち，円 C と異なる 2 点で交わるものは $\boxed{\text{エ}}$ である。

$\boxed{\text{エ}}$ には，次の①〜③の中から適するものを選び，その番号を答えよ。

①　$x-2y-5=0$

②　$x-2y+7=0$

③　$x-2y+9=0$

(3)　円 C 上に点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ をとる。

このとき，a のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{オ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{カ}}$ である。

(i)　線分 OP の長さが最小になるとき，$\mathrm{OP}=\boxed{\text{キ}}$ であり，このときの点 P の座標は

$\left(\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)$ である。

(ii)　$\dfrac{b}{a}$ のとり得る値を考えると，最小値は 0 であり，最大値は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

（数学の問題は終わり）