数　学

数　学

分数形で解答が求められているときは，既約分数で答えよ。符号は分子につけ，分母につけてはならない。また，根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

第１問　次の問いに答えよ。

(1)　関数 $f(x)=-2x^2+4x+7$ において，$f(x)>1$ となる x の値の範囲は

$\boxed{\text{アイ}}<x<\boxed{\text{ウ}}$ である。

また，$y=f(x)$ のグラフは x 軸と２つの交点をもつ。この２点間の距離は

$\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2)　男子５人，女子３人の計８人がいる。

この８人を１人，２人，５人の３つの組に分ける方法は，全部で $\boxed{\text{カキク}}$ 通りある。

また，この８人の中からくじ引きで４人を選ぶとき，男子が２人以上選ばれる確率は

$\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

(3)　x，y を正の数とする。

(i)　$\dfrac{x}{5}=\dfrac{y}{3}$ のとき，$\dfrac{x-y}{x+y}=\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

(ii)　どのような正の数 x，y に対しても，$\dfrac{x^2+4y^2}{xy}\geqq\boxed{\text{ソ}}$ が成り立つ。

ここで，等号は $\dfrac{x}{y}=\boxed{\text{タ}}$ のときに成り立つ。

(4)　$0\leqq\theta<\pi$ のとき，次の関数を考える。

$$y=8\sin\theta\cos\theta+6\cos^2\theta-3$$

この式を変形すると

$$y=\boxed{\text{チ}}\sin 2\theta+\boxed{\text{ツ}}\cos 2\theta$$

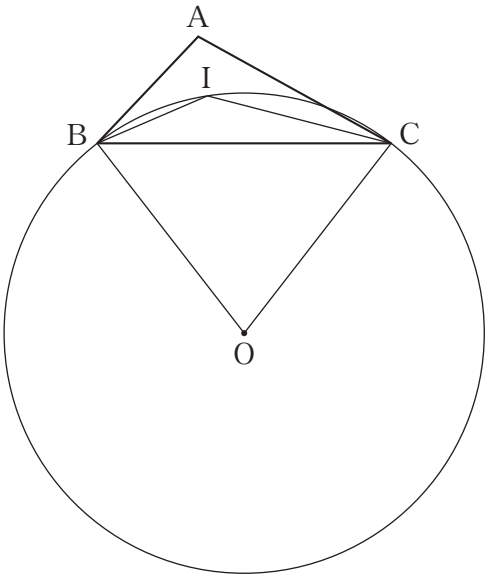
となるから，この関数の最大値は $\boxed{\text{テ}}$ である。

また，最大値 $\boxed{\text{テ}}$ をとるときの θ に対して

$$\tan\theta=\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。

第２問　△ABC において，AB＝2，BC＝4，CA＝3 とする。この三角形の内心を I とし，△IBC の外接円の中心を O とする。



(1)　∠BAC＝θ とすると，$\cos\theta = -\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

また，∠BIC および ∠BOC の大きさを調べると，これらは θ を用いて

∠BIC＝$\boxed{\text{ウ}}$

∠BOC＝$\boxed{\text{エ}}$

と表される。

$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，次の①～⑦の中から 1 つずつ選び，その番号をそれぞれ答えよ。

① 2θ　　② $\dfrac{3}{2}\theta$　　③ $90^\circ - \theta$　　④ $90^\circ + \theta$

⑤ $90^\circ - \dfrac{\theta}{2}$　　⑥ $90^\circ + \dfrac{\theta}{2}$　　⑦ $180^\circ - \theta$

(2)　△OBC において，OB＝OC＝x とすると，余弦定理により

$$\mathrm{BC}^2 = \boxed{\text{オ}}\,x^2 - \boxed{\text{カ}}\,x^2\cos\angle\mathrm{BOC}$$

が成り立つから，$x^2 = \dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(3)　△ABC と △OBC の面積の比を調べると

$$\frac{(\triangle\mathrm{ABC}\text{の面積})}{(\triangle\mathrm{OBC}\text{の面積})} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$$

である。

第３問　関数 $f(x)=x^3-6x^2+6x+10$ について，次の問いに答えよ。

(1)　$f'(x)=3(x^2-\boxed{\text{ア}}x+\boxed{\text{イ}})$ である。この式を利用すると

$f(x)$ の極大値は，$\boxed{\text{ウ}}+\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$

極小値は，$\boxed{\text{ウ}}-\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$

である。

(2)　方程式 $f(x)=0$ の異なる実数解は，$\boxed{\text{カ}}$。

$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを，次の①～⑤の中から１つ選び，その番号を答えよ。

①　３個存在し，このうち正の解が２個，負の解が１個である

②　３個存在し，このうち正の解が１個，負の解が２個である

③　２個だけ存在し，このうち正の解が１個，負の解が１個である

④　１個だけ存在し，これは正の解である

⑤　１個だけ存在し，これは負の解である

(3)　$y=f(x)$ のグラフを C とする。

C の接線のうちで傾きが -3 のものは２本存在し，この２本のうちで上方にある方の直線を l とすると，l の方程式は

$y=-3x+\boxed{\text{キク}}$

である。

また，C と l で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

（数学の問題は終わり）