

数 学

数 学

分数形で解答が求められているときは、既約分数で答えよ。符号は分子につけ、分母につけてはならない。また、根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

第1問 次の問いに答えよ。

- (1) 実数 x, y に関する条件 p, q を次のように定める。

$$p: |x - y| > 2$$

$$q: x^2 + y^2 < 2$$

このとき、 p と同値な条件は ア である。

また、 p の否定を $\overline{p}$ と表すとき

$\overline{p}$ は q であるための イ。

ア，イ に当てはまるものを、次の各解答群の中から1つずつ選び、その番号をそれぞれ答えよ。

ア の解答群

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| ① $x - 2 < y < x + 2$ | ② $y < x - 2$ かつ $y > x + 2$ |
| ③ $y < x - 2$ または $y > x + 2$ | ④ $y < -x - 2$ または $y > -x + 2$ |

イ の解答群

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

- (2) 300 と 252 の最大公約数を d とすると、 $d = \boxed{\text{ウエ}}$ である。

また、 $300x - 252y = d$ を満たす整数 x, y の組のうち、 x が正の整数で最小であるものを求めると

$$x = \boxed{\text{オカ}}, y = \boxed{\text{キク}}$$

である。

- (3) 座標平面上で、点 $P(x, y)$ が原点を中心とする半径 1 の円周上を動くとき、 $T = 3x^2 + 4xy$ のとり得る値の範囲を求める。

点 P の座標を $(\cos \theta, \sin \theta)$ (ただし、 $0 \leq \theta < 2\pi$) とすると

$$T = \frac{1}{2} (\boxed{\text{ケ}} \sin 2\theta + \boxed{\text{コ}} \cos 2\theta + \boxed{\text{サ}})$$

となるから、 T のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{シス}} \leq T \leq \boxed{\text{セ}}$$

である。

- (4) $A = 15^{60}$ とし、 A の桁数と最高位の数字を求める。

$$\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 3 = 0.477 \text{ とすると}$$

$$\log_{10} A = \boxed{\text{ソタ}}.\boxed{\text{チツ}}$$

である。また

$$n \times 10^{\boxed{\text{ソタ}}} < A < (n+1) \times 10^{\boxed{\text{ソタ}}}$$

を満たす 1 桁の自然数 n の値は $\boxed{\text{テ}}$ である。

よって、 A の桁数は $\boxed{\text{トナ}}$ 、最高位の数字は $\boxed{\text{ニ}}$ である。

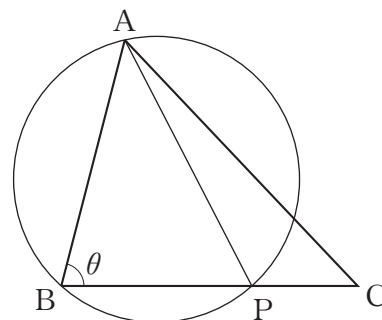
第2問 $\triangle ABC$ において、 $AB=6$ 、 $BC=7$ 、 $CA=8$ である。辺 BC 上に点 P をとる。
ただし、点 P は頂点 B 、 C には一致しない。次の問いに答えよ。

(1) $\angle ABC = \theta$ とすると、 $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $\triangle ABP$ の外接円の半径を R とする。

R と線分 AP の長さの関係は、 $R = \boxed{\text{ウ}}$ である。

$\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを、次の①～④の中から
1つ選び、その番号を答えよ。



- ① $\frac{AP}{\sin \theta}$ ② $\frac{AP}{2 \sin \theta}$
③ $AP \cdot \sin \theta$ ④ $\frac{2 \sin \theta}{AP}$

したがって、 R のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{エ}} \leq R < \frac{\boxed{\text{オカ}} \sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$$

である。

(3) 点 P を、 AP が $\angle BAC$ の二等分線となるようにとる。

このとき、 $BP = \boxed{\text{サ}}$ 、 $AP = \boxed{\text{シ}}$ である。

また、 $\triangle ABP$ 、 $\triangle ACP$ の内接円の半径をそれぞれ r_1 、 r_2 とするとき

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$$

である。

第3問 関数 $f(x)$ を $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$ とし、 $y = f(x)$ のグラフを C とする。

次の問いに答えよ。

- (1) $f'(x) = 0$ となる x の値は アイ, $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。

また、 $f(x)$ の増減を調べると

区間 $x < \text{アイ}$ では オ。

区間 $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}} < x$ では カ。

オ, カ に当てはまるものを、次の①～③の中から1つずつ選び、その番号をそれぞれ答えよ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- ① 増加する ② 減少する ③ 増加も減少もする

- (2) k を定数とし、方程式 $f(x) = k$ の実数解の個数を調べる。

$k = -1$ のとき、異なる実数解の個数は キ であり、

$k = \frac{3}{2}$ のとき、異なる実数解の個数は ク である。

- (3) C の接線のうち、傾きが4であり、接点の x 座標が正であるものを l とする。

このとき、 l の方程式は $y = \text{ケ}x - \text{コ}$ である。

また、 C と l の共有点の x 座標は サ と シス であり、 C と l で囲まれた図形の

面積は $\frac{\text{セソ}}{\text{タ}}$ である。

(数学の問題は終わり)