

数 学

数 学

分数形で解答が求められているときは、既約分数で答えよ。符号は分子につけ、分母につけてはならない。また、根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

第1問 次の問いに答えよ。

(1) $A = \sqrt{4a^2 - 24a + 36}$ とすると、

$a = \frac{7 - \sqrt{3}}{2}$ のとき、 $A = \boxed{\text{ア}}$ である。

$\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを、次の①～④の中から1つ選び、その番号を答えよ。

① $\sqrt{3}$

② $1 + \sqrt{3}$

③ $1 - \sqrt{3}$

④ $-1 + \sqrt{3}$

また、 $A = 10$ となる a の値は

$a = \boxed{\text{イウ}}, \boxed{\text{エ}}$

である。

(2) 1個のさいころを続けて4回投げたとき、4つの出た目の数すべての積を T とする。

T が偶数であるが4の倍数でない確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

また、 T が4の倍数である確率は $\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

- (3) 等式 $x^4 + 2x^2 + 16x - 7 = (x^2 + a)^2 - (bx - 4)^2$ が x についての恒等式となるとき

$$a = \boxed{\text{サ}}, b = \boxed{\text{シ}}$$

である。

したがって、方程式 $x^4 + 2x^2 + 16x - 7 = 0$ の解は

$$x = \boxed{\text{スセ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}, \boxed{\text{タ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{チ}}}i$$

である。ただし、 i は虚数単位とする。

- (4) 座標平面上に、原点 O を中心とする半径 2 の円 C と点 $A(6, 4)$ がある。

円 C の周上の点 P に対して線分 AP の中点を Q とする。

点 P が円 C の周上を動くとき、点 Q の軌跡は円である。この円を D とすると、 D の

中心は点 ($\boxed{\text{ツ}}$, $\boxed{\text{テ}}$)

半径は $\boxed{\text{ト}}$

である。

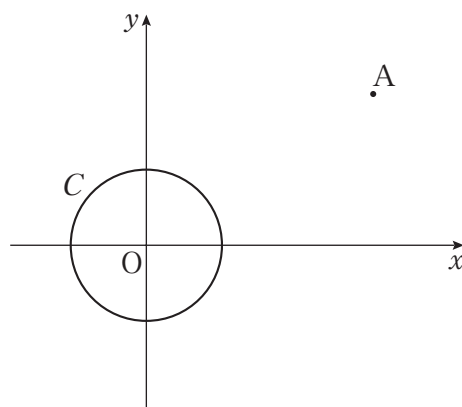
- (i) 円 C と円 D の位置関係は $\boxed{\text{ナ}}$ 。

$\boxed{\text{ナ}}$ に当てはまるものを、次の①～④の中から 1 つ選び、その番号を答えよ。

- ① 離れている ② 外接する ③ 内接する ④ 2 点で交わる

- (ii) 点 A から円 D に 2 本の接線を引き、 D との接点をそれぞれ B, C とすると、

$\triangle ABC$ の面積は $\frac{\boxed{\text{ニヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノハ}}}$ である。



第2問 a, b, c を定数とし、 $a \neq 0$ とする。

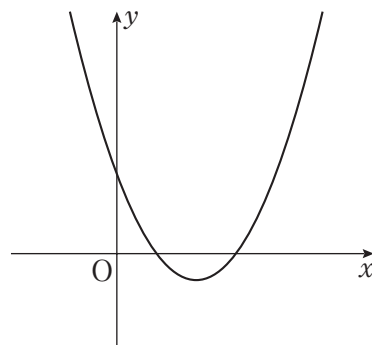
2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフを C とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) a, b, c の値を 1 組与えて、右の図のようなグラフ C が得られた。

このときの a または b の値を次の(i)～(iii)のように変えた場合、グラフはそれぞれどのように表されるか。

ア ～ ウ に当てはまるものを、下の①～⑥の中から 1 つずつ選び、その番号をそれぞれ答えよ。

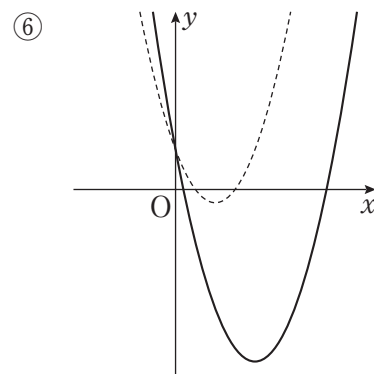
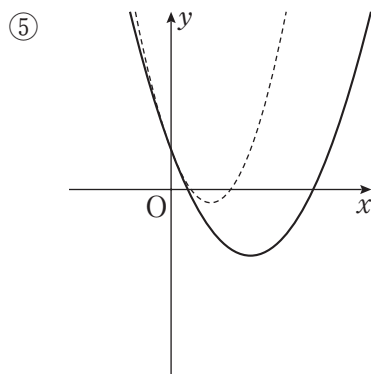
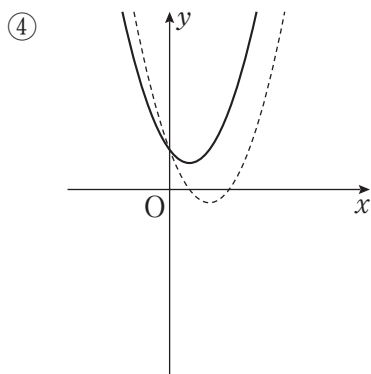
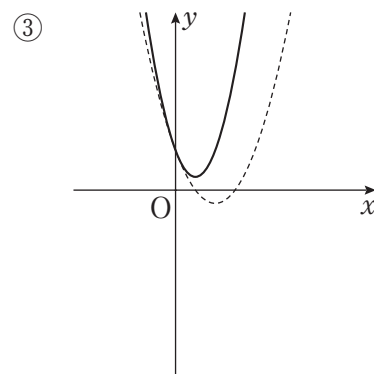
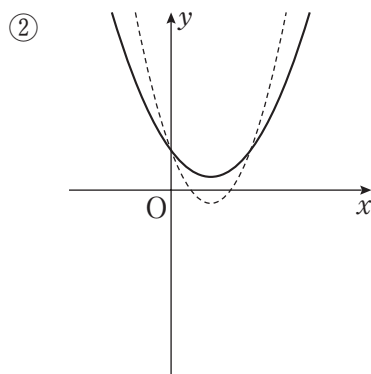
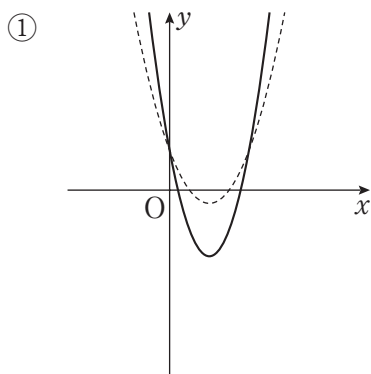
ただし、図の点線は、値を変える前のグラフ C を表している。



- (i) a の値だけ 2 倍して得られるグラフは ア となる。

- (ii) b の値だけ 2 倍して得られるグラフは イ となる。

- (iii) a, b の値をともに $\frac{1}{2}$ 倍して得られるグラフは ウ となる。



- (2) グラフ C は 2 点 $(1, -1)$, $(3, 3)$ を通り, $a > 0$ であるとする。

このとき

$$b = \boxed{\text{エオ}} a + \boxed{\text{カ}}$$

$$c = \boxed{\text{キ}} a - \boxed{\text{ク}}$$

である。

また, C と x 軸との 2 つの交点を P , Q とすると, 線分 PQ の長さは

$$PQ = \sqrt{\frac{\boxed{\text{ケ}}}{a^2} - \frac{\boxed{\text{コ}}}{a} + \boxed{\text{サ}}}$$

と表される。

したがって, a の値が変化するとき, 線分 PQ の長さの最小値は $\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

第3問 θ を $0 \leq \theta \leq \pi$ を満たす実数とし、関数 $f(\theta)$ を

$$f(\theta) = \sin 3\theta - \cos 3\theta + \sin 2\theta - \sin \theta - \cos \theta$$

とする。次の問いに答えよ。

(1) $t = \sin \theta + \cos \theta$ とするとき

$$\sin \theta \cos \theta = \frac{t^2 - \boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。

また、 t のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ウエ}} \leq t \leq \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

であり、 $f(\theta) = y$ とし、 y を t を用いて表すと

$$y = \boxed{\text{カ}} t^3 + t^2 - \boxed{\text{キ}} t - \boxed{\text{ク}}$$

となる。

(2) k を定数として、方程式 $f(\theta) = k$ の実数解について考える。

この方程式が実数解をもつような k の値の範囲は

$$-\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}} \leq k \leq \boxed{\text{ス}}$$

である。

また、方程式 $f(\theta) = k$ の異なる実数解の個数が最も多いのは、その個数が $\boxed{\text{セ}}$ のときであり、そのような k の値の範囲は

$$\boxed{\text{ソタ}} \leq k < \boxed{\text{チ}}$$

である。

(数学の問題は終わり)