数　学

数　学

分数形で解答が求められているときは，既約分数で答えよ。符号は分子につけ，分母につけてはならない。また，根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

第１問　次の問いに答えよ。

(1)　$A=\sqrt{4a^2-24a+36}$ とすると，

$a=\dfrac{7-\sqrt{3}}{2}$ のとき，$A=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

$\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，次の①～④の中から１つ選び，その番号を答えよ。

①　$\sqrt{3}$　　②　$1+\sqrt{3}$　　③　$1-\sqrt{3}$　　④　$-1+\sqrt{3}$

また，$A=10$ となる a の値は

$a=$ $\boxed{\text{イウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$

である。

(2)　１個のさいころを続けて４回投げたとき，４つの出た目の数すべての積を T とする。

T が偶数であるが４の倍数でない確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

また，T が４の倍数である確率は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

(3)　等式 $x^4+2x^2+16x-7=(x^2+a)^2-(bx-4)^2$ が x についての恒等式となるとき

$$a=\boxed{\text{サ}},\ b=\boxed{\text{シ}}$$

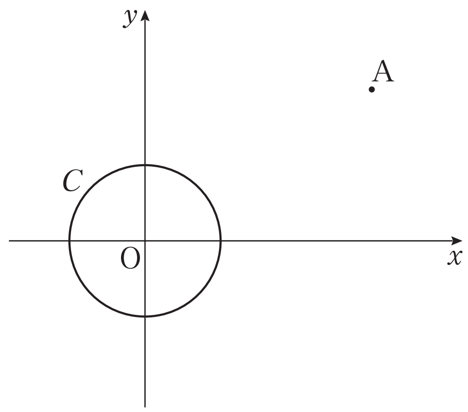
である。

　したがって，方程式 $x^4+2x^2+16x-7=0$ の解は

$$x=\boxed{\text{スセ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{ソ}}},\ \boxed{\text{タ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{チ}}}\,i$$

である。ただし，i は虚数単位とする。

(4)　座標平面上に，原点 O を中心とする半径 2 の円 C と点 A(6, 4) があある。



　円 C の周上の点 P に対して線分 AP の中点を Q とする。

　点 P が円 C の周上を動くとき，点 Q の軌跡は円である。この円を D とすると，D の

　　中心は点 $(\boxed{\text{ツ}},\ \boxed{\text{テ}})$

　　半径は $\boxed{\text{ト}}$

である。

(i)　円 C と円 D の位置関係は $\boxed{\text{ナ}}$。

　$\boxed{\text{ナ}}$ に当てはまるものを，次の①～④の中から 1 つ選び，その番号を答えよ。

① 離れている　　② 外接する　　③ 内接する　　④ 2 点で交わる

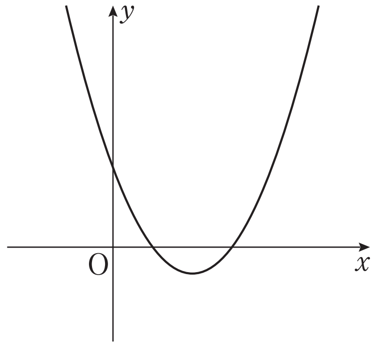
(ii)　点 A から円 D に 2 本の接線を引き，D との接点をそれぞれ B，C とすると，

△ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノハ}}}$ である。

第２問　a，b，c を定数とし，$a \neq 0$ とする。

2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフを C とするとき，次の問いに答えよ。

(1)　a，b，c の値を 1 組与えて，右の図のようなグラフ C が得られた。



このときの a または b の値を次の(i)〜(iii)のように変えた場合，グラフはそれぞれどのように表されるか。

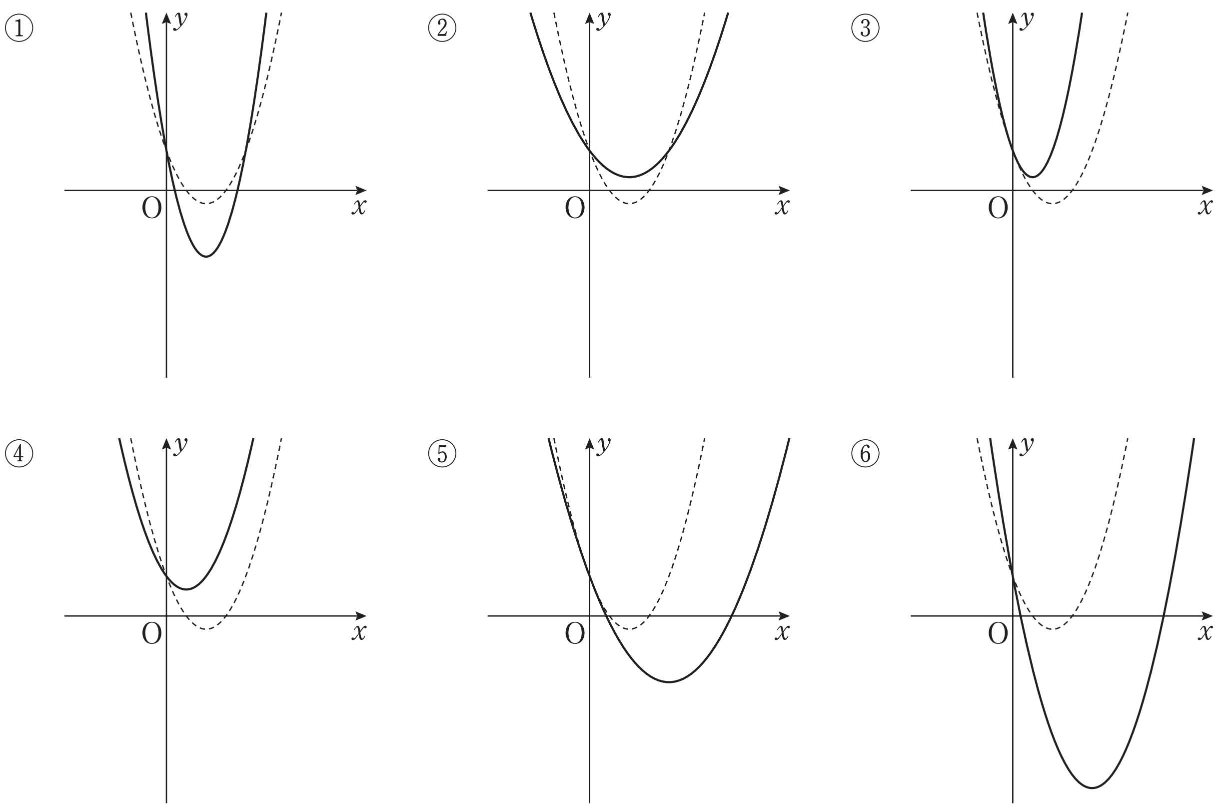
$\boxed{\text{ア}}$ 〜 $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを，下の①〜⑥の中から 1 つずつ選び，その番号をそれぞれ答えよ。

ただし，図の点線は，値を変える前のグラフ C を表している。

(i)　a の値だけ 2 倍して得られるグラフは $\boxed{\text{ア}}$ となる。

(ii)　b の値だけ 2 倍して得られるグラフは $\boxed{\text{イ}}$ となる。

(iii)　a，b の値をともに $\dfrac{1}{2}$ 倍して得られるグラフは $\boxed{\text{ウ}}$ となる。



(2) グラフ C は 2 点 $(1,\ -1)$，$(3,\ 3)$ を通り，$a>0$ であるとする。

このとき

$$b = \boxed{\text{エオ}}\,a + \boxed{\text{カ}}$$

$$c = \boxed{\text{キ}}\,a - \boxed{\text{ク}}$$

である。

また，C と x 軸との 2 つの交点を P，Q とすると，線分 PQ の長さは

$$\mathrm{PQ} = \sqrt{\frac{\boxed{\text{ケ}}}{a^2} - \frac{\boxed{\text{コ}}}{a} + \boxed{\text{サ}}}$$

と表される。

したがって，a の値が変化するとき，線分 PQ の長さの最小値は $\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

第３問　θ を $0 \leqq \theta \leqq \pi$ を満たす実数とし，関数 $f(\theta)$ を

$$f(\theta) = \sin 3\theta - \cos 3\theta + \sin 2\theta - \sin\theta - \cos\theta$$

とする。次の問いに答えよ。

(1)　$t = \sin\theta + \cos\theta$ とするとき

$$\sin\theta\cos\theta = \frac{t^2 - \boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。

　また，t のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ウエ}} \leqq t \leqq \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

であり，$f(\theta) = y$ とし，y を t を用いて表すと

$$y = \boxed{\text{カ}}\,t^3 + t^2 - \boxed{\text{キ}}\,t - \boxed{\text{ク}}$$

となる。

(2)　k を定数として，方程式 $f(\theta) = k$ の実数解について考える。

　この方程式が実数解をもつような k の値の範囲は

$$-\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}} \leqq k \leqq \boxed{\text{ス}}$$

である。

　また，方程式 $f(\theta) = k$ の異なる実数解の個数が最も多いのは，その個数が $\boxed{\text{セ}}$ のときであり，そのような k の値の範囲は

$$\boxed{\text{ソタ}} \leqq k < \boxed{\text{チ}}$$

である。

（数学の問題は終わり）