数　学

数　学

分数形で解答が求められているときは，既約分数で答えよ。符号は分子につけ，分母につけてはならない。また，根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

第１問　次の問いに答えよ。

(1)　$(\sqrt{6}-1)^2$ の整数部分を a，小数部分を b とする。

このとき，$a=$ $\boxed{\text{ア}}$ であり

$b^2-5ab=$ $\boxed{\text{イウ}}$

である。

(2)　あるクラスの生徒 20 人の英語のテストの得点を x，国語のテストの得点を y として，変量 x，y について整理した結果，次の表を得た。

$\overline{x}$，$\overline{y}$ は，それぞれ x，y の平均値である。

番号	x	y	$x-\overline{x}$	$(x-\overline{x})^2$	$y-\overline{y}$	$(y-\overline{y})^2$	$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$
1	53	62	-5	25	-1	1	5
2	64	70	6	36	7	49	42
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	65	61	7	49	-2	4	-14
合計	A	1260	0	180	0	80	78

表の中の A の値は $\boxed{\text{エオカキ}}$ である。

また，x と y の相関係数は 0.$\boxed{\text{クケ}}$ である。

(3)　赤玉 3 個と白玉 4 個が 1 つの袋の中に入っており，赤玉にはそれぞれに 1，2，3 の数が，白玉にはそれぞれに 1，2，3，4 の数が書かれている。

この袋の中から玉を同時に 3 個取り出す。

赤玉も白玉も取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

また，取り出した 3 個の玉に赤玉も白玉も含まれているとき，その中に 1 と書かれた赤玉が含まれている条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。

(4)　放物線 $y = x^2$ を C とする。

$0 < t < 3$ とし，C 上の x 座標が t である点における，この曲線の接線を l とする。

直線 l と x 軸との共有点の x 座標は $\dfrac{t}{\boxed{\text{ソ}}}$ と表される。

次に，C と l および x 軸で囲まれた部分と，C と l および直線 $x = 3$ で囲まれた部分の面積の和を S とすると

$$S = -\frac{1}{\boxed{\text{タ}}}t^3 + \boxed{\text{チ}}\,t^2 - \boxed{\text{ツ}}\,t + \boxed{\text{テ}}$$

である。

したがって，$0 < t < 3$ の範囲における S の最小値は $\boxed{\text{ト}}$ である。

第2問

〔1〕 3桁の自然数 N において，百の位を a，十の位を b，一の位を c とする。

(1) $N-(a+b+c)=\boxed{\text{ア}}(\boxed{\text{イウ}}a+b)$

であるから，次のことが成り立つ。

N において，各位の数の和が $\boxed{*}$ の倍数であるとき， N は $\boxed{*}$ の倍数である。

$\boxed{*}$ に当てはまる1より大きい整数は，$\boxed{\text{エ}}$ と $\boxed{\text{オ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{エ}} < \boxed{\text{オ}}$ とする。

(2) $b=4$ とする。

N が18の倍数であるとき，最小の N は $\boxed{\text{カキク}}$ であり，18の倍数であるような N は全部で $\boxed{\text{ケ}}$ 個ある。

〔2〕 方程式 $7x-4y=1$ のすべての整数解は，k を整数として

$$x=\boxed{\text{コ}}k+\boxed{\text{サ}},\quad y=\boxed{\text{シ}}k+\boxed{\text{ス}}$$

と表される。

また，$7x-4y=1$ を満たす自然数 x，y の組のうち，積 xy が9の倍数であるものを考える。このうち，x が最小になるものは，

$$x=\boxed{\text{セソ}},\quad y=\boxed{\text{タチ}}$$

である。

第３問 x の整式 $f(x)$，$g(x)$ が次のように与えられている。

$$f(x)=2x^3-8x^2+11x-5$$
$$g(x)=x^2-2x+5$$

(1) 方程式 $g(x)=0$ の解は，

$$x=\boxed{\text{ア}}\pm\boxed{\text{イ}}\,i$$

である。ただし，i を虚数単位とする。

また，$f(x)$ を $g(x)$ で割ると

商は $\boxed{\text{ウ}}\,x-\boxed{\text{エ}}$，余りは $\boxed{\text{オカ}}\,x+\boxed{\text{キク}}$

であるから，$x=\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{イ}}\,i$ のときの $f(x)$ の値は $\boxed{\text{ケ}}-\boxed{\text{コサ}}\,i$ である。

(2) $f(\boxed{\text{シ}})=0$ であるから

$$f(x)=(x-\boxed{\text{シ}})(2x^2-\boxed{\text{ス}}\,x+\boxed{\text{セ}})$$

と表すことができる。

ここで，方程式 $f(x)=0$ の $x=\boxed{\text{シ}}$ 以外の２つの解を α，β とすると，α，β は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

$\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを，次の①～③の中から１つ選び，その番号を答えよ。

① 異なる２つの実数　　② 異なる２つの虚数　　③ 実数と虚数

さらに，α，β は

$$\alpha^2=\boxed{\text{タ}}\,\alpha-\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}},\quad \beta^2=\boxed{\text{タ}}\,\beta-\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

を満たし，$(\alpha^2-\alpha+1)(\beta^2-\beta+1)=\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

（数学の問題は終わり）