数　学

数　学

分数形で解答が求められているときは，既約分数で答えよ。符号は分子につけ，分母につけてはならない。また，根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

第 1 問　次の問いに答えよ。

(1)　実数 x に関する 2 つの条件 p，q を次のように定める。

p：$|x-3|<10$

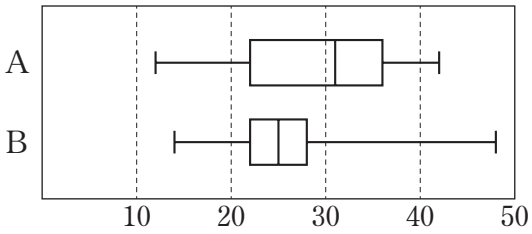
q：$x(x-2)>80$

条件 p と同値な条件は，「 **アイ** $<x<$ **ウエ** 」であり，

条件「$\overline{p}$ または $\overline{q}$」と同値な条件は「$x \leqq$ **オカ** ， **キク** $\leqq x$」である。

ただし，条件 p，q の否定をそれぞれ $\overline{p}$，$\overline{q}$ と表す。

(2)　100 人の生徒に 50 点満点の A，B 2 種類のテストを行った。右の図はそれぞれの得点をまとめた箱ひげ図であり，A，B それぞれの得点の平均値，標準偏差，共分散は右の表の通りである。



	A	B
平均値	30	26
標準偏差	8.4	7.7
共分散	42.0	

(Ⅰ)，(Ⅱ)で述べた文について，当てはまるものを次の①～③の中からそれぞれ 1 つ選び，その番号を答えよ。

①　正しい

②　正しくない

③　正しいかどうか判断できない

(Ⅰ)　30 点以上であった生徒の人数は，B の方が A よりも多い。 **ケ**

(Ⅱ)　A と B の得点の相関係数は 0.6 より大きい。 **コ**

⑶ a, b を実数の定数とし，i を虚数単位とする。

$P(x)=2x^3+ax^2+8x+b$ として，方程式 $P(x)=0$ が $-1+2i$ を解にもつとする。

このとき，$P(x)$ は x^2+ **サ** $x+$ **シ** で割り切れることから，

$a=$ **ス**，$b=$ **セソ** が求められる。

また，方程式 $P(x)=0$ の解のうち，実数であるものは，$x=\dfrac{\textbf{タ}}{\textbf{チ}}$ である。

⑷ 放物線 $y=x^2-x+1$ を C とする。

C 上の x 座標が -1，3 である点をそれぞれ A，B とし，A における C の接線を l，B における C の接線を m とする。

l と m の交点の座標は，(**ツ**，**テト**) である。

また，放物線 C と直線 AB で囲まれた部分の面積を S_1，放物線 C と 2 直線 l，m で囲まれた部分の面積を S_2 とすると，$\dfrac{S_1}{S_2}=$ **ナ** である。

ナ に当てはまるものを，次の①～⑥の中から 1 つ選び，その番号を答えよ。

① 1　② 2　③ 3

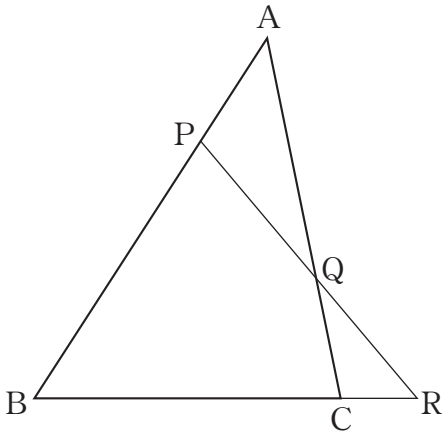
④ $\dfrac{1}{2}$　⑤ $\dfrac{1}{3}$　⑥ $\dfrac{2}{3}$

第２問　△ABC において，AB＝7，BC＝5，CA＝6 である。

(1)　$\cos \angle \mathrm{BAC} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

以下では，辺 AB 上に点 P，辺 AC 上に点 Q をとる。

(2)　AP＝CQ＝2 となるとき，直線 PQ と直線 BC との交点を R とする。

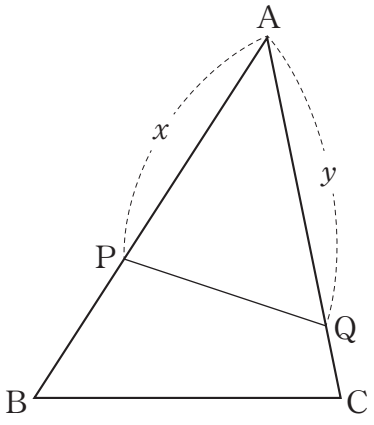


このとき，$\mathrm{CR} = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

また，△APQ の外接円の半径を R_1，△CQR の外接円の半径を R_2 とするとき，

$\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(3)　△APQ の面積が，△ABC の面積の $\dfrac{1}{2}$ となる場合を考える。



AP＝x，AQ＝y とすると

$xy = \boxed{\text{キク}}$

が成り立ち，さらに

$\mathrm{PQ}^2 = x^2 + y^2 - \boxed{\text{ケコ}}$

となるから，線分 PQ の長さの最小値は

$\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$

である。

第３問　θ を $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲を動く実数とし，関数

$$y = (1 - \sqrt{2}\sin\theta)(1 - \sqrt{2}\cos\theta) \quad \cdots\cdots (*)$$

を考える。

ここで，$t = \sqrt{2}(\sin\theta + \cos\theta)$ とする。

(1)　$t =$ ア $\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{\text{イ}}\right)$ であるから，t のとり得る値の範囲は，

ウエ $\leqq t \leqq$ オ である。

この t を用いて，関数(*)は

$y =$ カ

と表される。

カ に当てはまるものを，次の①～④の中から１つ選び，その番号を答えよ。

①　$\dfrac{1}{2}t^2 - t$　　②　$\dfrac{1}{2}t^2 - t - 1$　　③　$\dfrac{1}{2}t^2 + t - 1$　　④　$-\dfrac{1}{2}t^2 + t$

(2)　関数(*)において，y のとり得る値の範囲は，

$$\frac{\text{キク}}{\text{ケ}} \leqq y \leqq \text{コ}$$

である。

とくに，$y = \dfrac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ となる θ の値は $\dfrac{\text{サ}}{\text{シス}}\pi$ と $\dfrac{\text{セソ}}{\text{シス}}\pi$ である。

さらに，y のとる値によって，異なる θ の値が何個存在するかを調べると

$\dfrac{\text{キク}}{\text{ケ}} < y <$ タ のとき，チ 個

$y =$ タ のとき，ツ 個

タ $< y <$ コ のとき，テ 個

となる。

（数学の問題は終わり）