

数 学

数 学

分数形で解答が求められているときは、既約分数で答えよ。符号は分子につけ、分母につけてはならない。また、根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

第 1 問 次の問いに答えよ。

(1) $x = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}, y = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ のとき

$$x^2 + y^2 = \boxed{\text{ア}}$$

$$(3x - y)(3y - x) = \boxed{\text{イウ}}$$

である。

(2)

(i) x, y を実数とする。

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 \text{ であることは, } x = y = 0 \text{ であるための } \boxed{\text{エ}}。$$

(ii) $\triangle ABC$ において、外接円の半径を R とする。

$$\angle BAC = 60^\circ \text{ であることは, } BC = \sqrt{3} R \text{ であるための } \boxed{\text{オ}}。$$

$\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを、次の①～④の中から 1 つずつ選び、その番号

をそれぞれ答えよ。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

- (3) 1 から 15 までの整数が 1 つずつ書かれた 15 枚のカードがある。この中から同時に 2 枚取り出し、取り出したカードに書かれた数を小さい方から順に a, b とする。

このとき

ab が偶数であるという事象を A ,

$a + b$ が奇数であるという事象を B

とする。

事象 A が起こる場合の数は カキ 通りある。

また、事象 A が起こったときの事象 B が起こる条件付き確率 $P_A(B)$ は $\frac{\text{ク}}{\text{ケコ}}$ で

ある。

- (4) 座標平面上において、円 $x^2 + y^2 = 25$ と直線 $3x + 4y = 0$ の交点のうち、第 2 象限にあるものの座標は

(サシ, ス)

である。

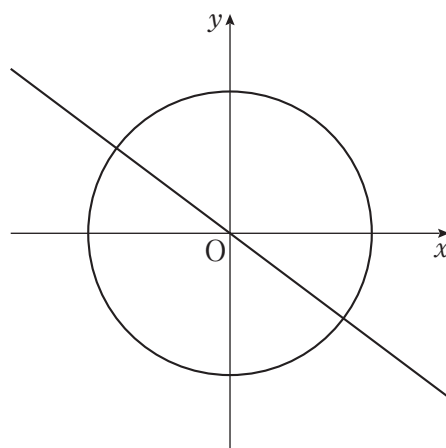
また、点 (X, Y) が連立不等式
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 25 \\ 3x + 4y \geq 0 \end{cases}$$

の表す領域を動くとき、 $4X + 3Y$ のとり得る値について、

最大値は セソ,

最小値は タチ

である。



第2問 a を実数の定数とし、 x の2次関数 $f(x)$ を $f(x) = x^2 - ax + 3a - 7$ とする。

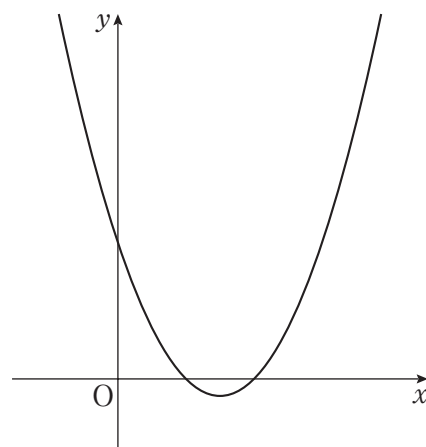
また、 $y = f(x)$ のグラフを C とする。

- (1) $a = 2$ のときの C は、 $a = -2$ のときの C を x 軸方向に **ア**， y 軸方向に **イウ** だけ平行移動したものである。

- (2) グラフ C が、右の図のように x 軸と異なる2点で交わり、その2点の x 座標がともに正であるときの a の値を考える。

考えられる a の値として正しいものを、次の①～⑥の中から2つ選び、その番号を答えよ。ただし、解答の順序は問わない。

エ，**オ**



- ① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 8 ⑥ 9

- (3) $x \geq 1$ における $f(x)$ の最小値を m とする。

$m = f(1)$ となるような a の値の範囲は $a \leq$ **カ** であり、このとき、

$$m = \text{キ} a - \text{ク}$$

である。

また、**カ** $< a$ のとき、 $m = -\frac{a^2}{\text{ケ}} + \text{コ} a - \text{サ}$ となる。

したがって、 $m = -5$ となるとき a の値は、

$$\frac{\text{シ}}{\text{ス}} \text{ または } \text{セ} + \text{ソ} \sqrt{\text{タ}}$$

である。

第3問 関数 $f(x)$ を、 $f(x) = x^3 - 4x + 5$ とする。

(1) $f'(x) = 0$ の解は、 $x = \pm \frac{\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

また、方程式 $f(x) = 0$ は $\boxed{\text{エ}}$ 。

$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを、次の①～⑤の中から1つ選び、その番号を答えよ。

- ① 異なる実数解を3個もち、そのうち正の数が1個ある
- ② 異なる実数解を3個もち、そのうち正の数が2個ある
- ③ 異なる実数解を2個だけもち、それは正の数と負の数である
- ④ 実数解を1個だけもち、それは正の数である
- ⑤ 実数解を1個だけもち、それは負の数である

(2) k を実数の定数とする。

$y = f(x)$ のグラフと直線 $y = -x + k$ が接するときの k の値を求める。

接点の x 座標を t とすると、 $f'(t) = \boxed{\text{オカ}}$ であるから、 t の値は、

$\boxed{\text{キ}}$ または $\boxed{\text{クケ}}$ である。

$t = \boxed{\text{キ}}$ のとき、 $k = \boxed{\text{コ}}$

$t = \boxed{\text{クケ}}$ のとき、 $k = \boxed{\text{サ}}$

である。

とくに、 $k = \boxed{\text{コ}}$ の場合について、

$y = f(x)$ のグラフと直線 $y = -x + k$ の共有点の x 座標は $\boxed{\text{キ}}$ と $\boxed{\text{シス}}$ であり、

$y = f(x)$ のグラフと直線 $y = -x + k$ で囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(数学の問題は終わり)